

Esempio di Prova di MATEMATICA-FISICA - MIUR - 28.02.2019

QUESITO 7 - soluzione con la calcolatrice grafica TI-Nspire CX della Texas Instruments

Soluzione a cura di: Formatori T³ Italia - Teachers Teaching with Technology

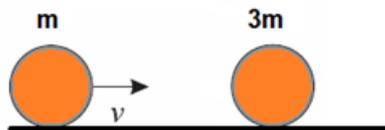
Soluzione

Punto a)

Indichiamo con V_1 e V_2 le velocità delle due masse dopo l'urto.

Se l'urto è perfettamente elastico possiamo scrivere le equazioni di conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica del sistema:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$



Sostituendo e proiettando nell'unica dimensione del moto si ottiene:

$$\begin{cases} m v = m V_1 + 3m V_2 \\ \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} 3m V_2^2 \end{cases}$$

cioè

$$\begin{cases} v = V_1 + 3V_2 \\ v^2 = V_1^2 + 3V_2^2 \\ v - V_1 = 3V_2 \\ v^2 - V_1^2 = 3V_2^2 \end{cases}$$

Scomponendo nella seconda equazione si ha:

$$\begin{cases} v - V_1 = 3V_2 \\ (v - V_1)(v + V_1) = 3V_2^2 \end{cases}$$

Sostituendo si ha:

$$\begin{cases} v - V_1 = 3V_2 \\ 3V_2(v + V_1) = 3V_2^2 \\ v - V_1 = 3V_2 \\ v + V_1 = V_2 \end{cases}$$

Sommando termine a termine, si ha:

$$\begin{cases} 2v = 4V_2 \\ v - V_1 = 3V_2 \end{cases}$$

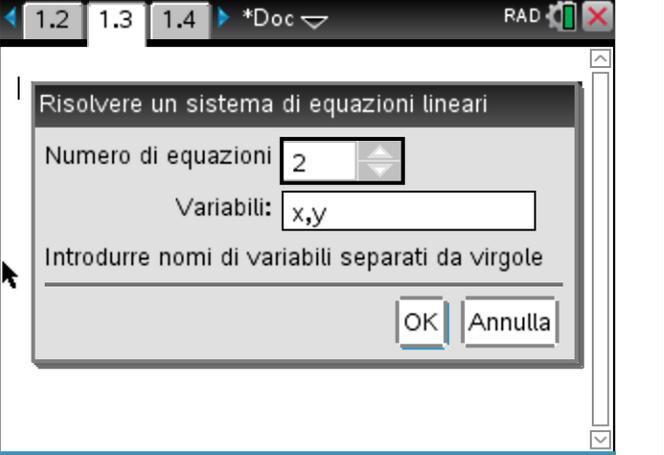
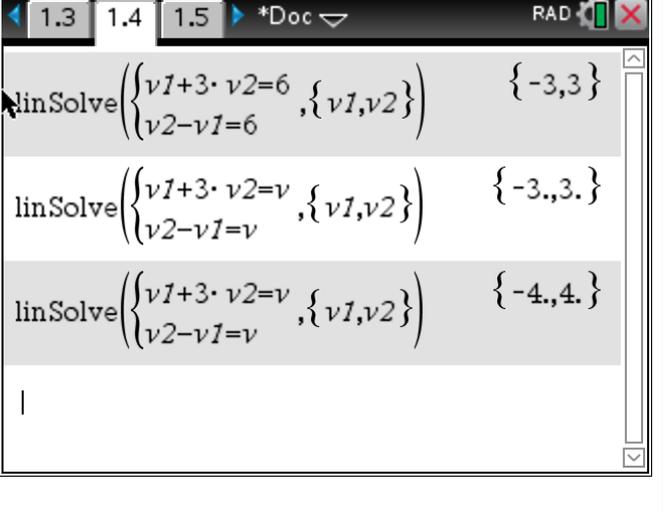
$$\begin{cases} V_1 = -\frac{1}{2}v \\ V_2 = \frac{1}{2}v \end{cases}$$

Osservazione sul punto 1 e l'uso della calcolatrice

Abbiamo visto che il sistema di secondo grado è stato trasformato in un sistema lineare.

Possiamo usare la calcolatrice per risolvere un sistema lineare (anche se è un sistema molto facile).

Tuttavia la calcolatrice non è CAS. Quindi siamo costretti a fissare un valore per la velocità iniziale, per esempio $v = 6$ m/s.

<p>Inseriamo una pagina calcolatrice <i>Ctrl>Doc>Aggiungi calcolatrice</i> e con <i>Menu>Algebra>Risolvi</i> un sistema di equazioni lineari. Al posto di x sostituiamo v_1 e al posto di y sostituiamo v_2.</p>	
<p>Dopo aver introdotto il sistema di equazioni lineari, con velocità $v = 6$ m/s, si ottiene la soluzione</p> $\begin{cases} v_1 = -3 \\ v_2 = 3 \end{cases}$ <p>Possiamo anche usare un cursore (slider) da chiamare v e risolvere il sistema lineare. Otteniamo una soluzione che corrisponde alla soluzione simbolica:</p> $\begin{cases} v_1 = -\frac{v}{2} \\ v_2 = \frac{v}{2} \end{cases}$	

Punto b)

Se l'urto è totalmente anelastico, allora l'energia cinetica non si conserva e i due corpi proseguono il moto tra loro uniti, con massa $4m$. Scriviamo la conservazione della quantità di moto

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$$

nella direzione del moto:

$$mv = (m + 3m)V$$

Quindi si ha:

$$V = \frac{1}{4}v$$

L'energia cinetica prima dell'urto è

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

L'energia cinetica dopo l'urto è

$$K' = \frac{1}{2}4mV^2 = \frac{1}{2}4m\left(\frac{v}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}4m\left(\frac{v}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}mv^2$$

L'energia dissipata è:

$$\Delta K = K - K' = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{8}mv^2 = \frac{3}{8}mv^2$$

pari al 75% dell'energia cinetica iniziale.

Giudizio sul quesito

Il livello di difficoltà stimato del quesito è medio.

L'argomento è presente nel Quadro di Riferimento di Fisica nella classe terza e di solito viene svolto nella pratica didattica usuale.

Per la risoluzione del problema l'uso della calcolatrice grafica permette soltanto di risolvere un sistema, peraltro semplice, di equazioni lineari.