

Esempio di Prova di MATEMATICA-FISICA - MIUR - 28.02.2019

QUESITO 5 - soluzione con la calcolatrice grafica TI-Nspire CX della Texas Instruments

Soluzione a cura di: Formatori T³ Italia - Teachers Teaching with Technology

Soluzione

Il centro della sfera ha coordinate $C(1,0,-3)$.

Il raggio della sfera è:

$$r_s = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

La distanza tra il centro C della sfera e il piano π è:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + 6 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} = \frac{14}{7} = 2$$

Poiché $d < r_s$, il piano è secante alla sfera.

Quindi il raggio della circonferenza si determina con il teorema di Pitagora (il raggio della sfera è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo):

$$r_c = \sqrt{r_s^2 - d^2} = \sqrt{10 - 4} = \sqrt{6}$$

La calcolatrice grafica, in questo quesito, può dare un aiuto per la visualizzazione del piano e della superficie sferica.

La calcolatrice permette di disegnare il piano, ma come funzione di due variabili x e y .

Inserire una pagina di tipo grafici:

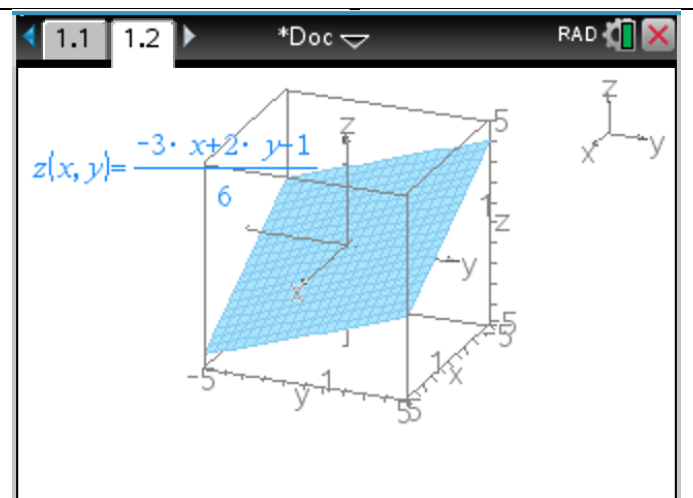
Ctrl>Doc>Aggiungi e poi

Grafici>Menu>Vista>Rappresentazione grafica 3D.

Per disegnare il piano, occorre inserire nella riga di inserimento la funzione di due variabili:

$$z(x, y) = \frac{1}{6}(-3x + 2y - 1)$$

ottenuta esplicitando l'equazione del piano rispetto alla variabile z .



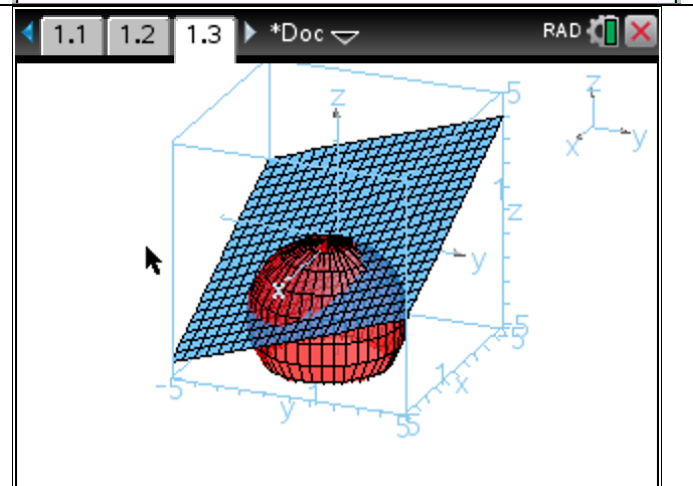
La calcolatrice può aiutare a disegnare anche la superficie sferica, come unione dei grafici di due funzioni in due variabili:

$$s_1(x, y) = \sqrt{\frac{2x - x^2 - y^2 - z^2}{6}}$$

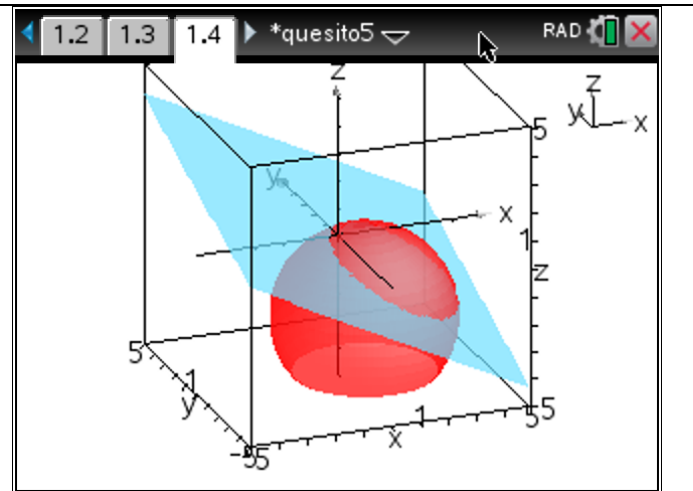
$$s_2(x, y) = -\sqrt{\frac{2x - x^2 - y^2 - z^2}{6}}$$

ottenute esplicitando l'equazione della sfera rispetto alla variabile z .

Si osserva che il piano interseca la superficie sferica.



Togliendo il reticolo sia sul piano che sulla sfera, si può migliorare un po' la visualizzazione dell'intersezione tra il piano e la sfera come indicato qui a fianco. Occorre premere il tasto *Menu* per visualizzare le varie opzioni e per ruotare la figura.



Giudizio sul quesito

Il livello di difficoltà stimato del quesito è medio.

L'argomento è presente nel Quadro di Riferimento di Matematica e di solito viene svolto nella pratica didattica usuale.

Per la risoluzione del problema l'uso della calcolatrice grafica permette una visualizzazione della situazione geometrica (il piano è secante alla superficie sferica).

Il quesito è prevalentemente teorico e la calcolatrice permette di risolverlo solo per una parte.