

Soluzione del Quesito 5 della seconda prova di Matematica e Fisica dell'Esame di Stato per il Liceo Scientifico

A cura di Francesco Bologna, Domenico Giordano, Sergio Schiavone, Ilaria Veronesi

QUESITO 5

Lanciamo quattro dadi esaedrici. La v.a. somma dei numeri usciti assume valori compresi nell'intervallo $[4, 24]$.

Pertanto, l'evento A : "La somma dei quattro numeri usciti non supera 5" può essere considerato come l'evento unione dei due eventi fra loro incompatibili A_1 : "La somma dei quattro numeri è 4" e A_2 : "La somma dei numeri è 5".

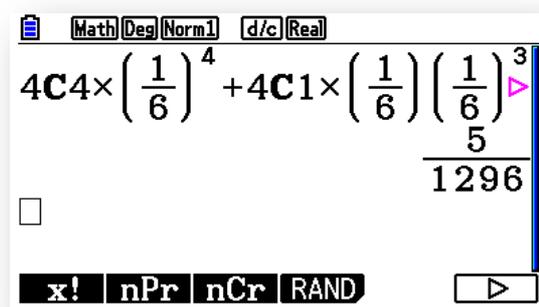
Quest'ultimo evento si verifica esattamente se tre dei quattro dadi mostrano il numero 1 e un altro il numero 2, e ciò può avvenire in quattro configurazioni possibili a seconda di quale dado mostra il 2.

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$$
$$P(A) = \binom{4}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 + \binom{4}{1} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{1}{6}\right) = \frac{5}{1296}$$

Dal menù, entriamo in ambiente *Calcoli*



e con il tasto **OPTN** selezioniamo con **F3** il comando **[PROB]** per utilizzare le funzioni del calcolo combinatorio. Scriviamo l'espressione e poi digitiamo **EXE** per ottenere il risultato:

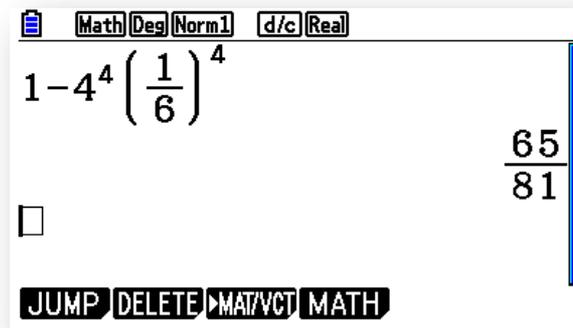


Consideriamo l'evento B : "Il prodotto dei quattro numeri usciti è multiplo di 3".

Affinché si verifichi questo evento, almeno uno dei dadi dovrà mostrare come numero il 3 o il 6; pertanto si può calcolare la probabilità di questo evento, basandoci sull'evento contrario di B , ovvero che i quattro dadi non mostrino il 3 e il 6. Questo equivale a dire che i quattro dadi dovranno fornire come valori 1, 2, 4 o 5.

Pertanto,

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - D_{4,4}^{(r)} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 = 1 - 4^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{65}{81}$$



La probabilità che il massimo numero uscito sia 4 si calcola considerando i seguenti quattro eventi fra loro incompatibili:

C_1 : "I quattro dadi mostrano tutti il numero 4"

C_2 : "Nel lancio dei quattro dadi esce un 4 e altri tre numeri tra 1, 2 o 3"

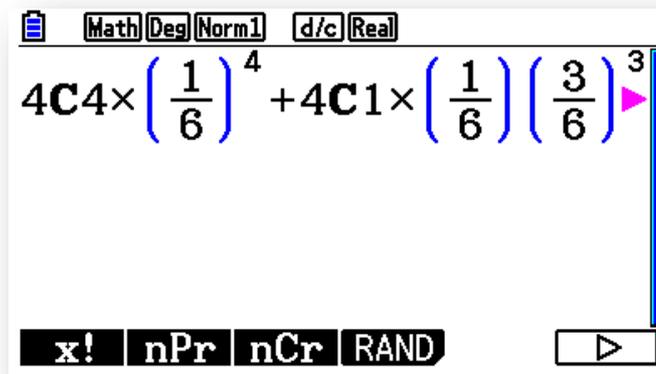
C_3 : "Nel lancio dei quattro dadi escono due 4 e altri due numeri tra 1, 2 o 3"

C_4 : "Nel lancio dei quattro dadi escono tre 4 e un altro numero tra 1, 2 o 3"

Pertanto, detto C l'evento unione dei suddetti eventi, si ha:

$$P(C) = P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4) = P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + P(C_4)$$

$$\binom{4}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 + \binom{4}{1} \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{3}{6}\right)^3 + \binom{4}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{3}{6}\right)^2 + \binom{4}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{3}{6}\right)^1 = \frac{175}{1296}$$



Math Deg Norm1 d/c Real

$$4C2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{3}{6}\right)^2 + 4C3 \left(\frac{1}{6}\right)$$

x! nPr nCr RAND

Math Deg Norm1 d/c Real

$$\left(\frac{3}{6}\right)^2 + 4C3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{3}{6}\right)$$

$$\frac{175}{1296}$$

x! nPr nCr RAND