## Soluzione del Quesito 3 della simulazione di seconda prova di Matematica e Fisica del 02/04/2019 – Liceo Scientifico

A cura del Gruppo Formatori Casio

### QUESITO 3.

*Si consideri la funzione* $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ *così definita:*

$$f(x) = \int_1^x \frac{cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)}{t}\, dt$$

*Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di* $f$ *nel suo punto di ascissa* $1$.

### Obiettivi

Il quesito intende accertare che il candidato sia in grado di applicare il teorema fondamentale del calcolo integrale per determinare la derivata di una funzione integrale di una funzione continua e, interpretandone geometricamente il significato, utilizzarla per scrivere l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto di ascissa 1.

### Soluzione

L'equazione della retta tangente al grafico di una funzione $f$ nel suo punto di ascissa 1, in cui essa risulta derivabile, è la seguente:

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$

Ricordando che data una qualunque funzione $y = f(x)$ definita e continua in un intervallo $[a; b] \in \mathbb{R}$, risulta

$$\int_a^a f(x)\, dx = 0$$

Si ha

$$f(1) = \int_1^1 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)}{t}\, dt = 0$$

Inoltre, per il Teorema fondamentale del calcolo integrale,

$$f'(1) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}\cdot 1\right)}{1} = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

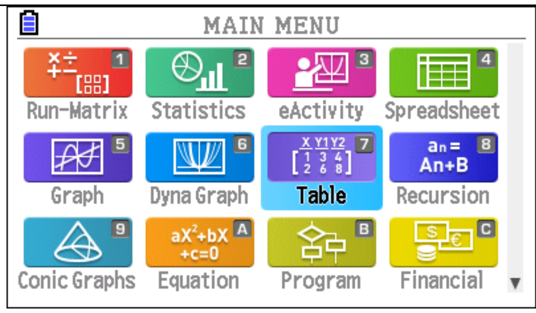
Pertanto, l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 1 è:

$$y = \frac{1}{2}(x - 1) \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \rightarrow x - 2y - 1 = 0 \quad \blacksquare$$

Usiamo la calcolatrice grafica CASIO FX-CG 50 per determinare $f(1)\ e\ f'(1)$ , sfruttando la potenzialità delle tabelle

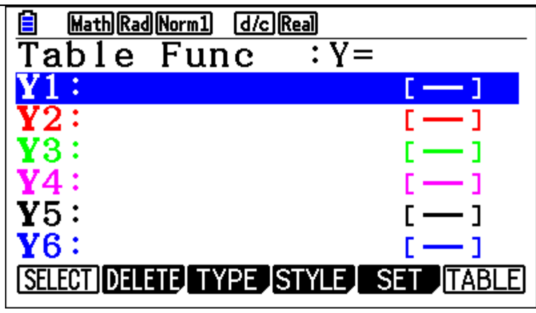
**Passo #1**

Da MAIN MENU seleziona la modalità Table, digita [EXE]




**Passo #2**

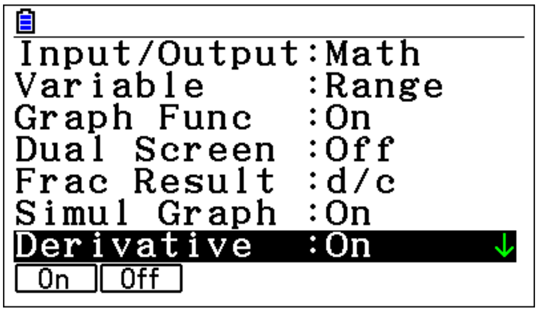
Digita [SHIFT] [MENU] per accedere al SET UP




Con il cursore seleziona **Derivative: On**

digitando la sequenza di tasti

▼ ▼ ▼ ▼ ▼ ▼ [F1]



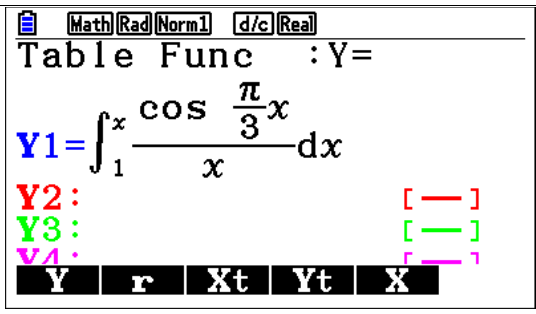

**Passo #3**

Premi [EXIT] per tornare alla schermata precedente e scrivere l'equazione della funzione integrale, digitando

[OPTN] [F2] [F3] [▭] [cos] [SHIFT] [x10^x] [▭] [3] ▶ [X,θ,T] ▼ [X,θ,T]

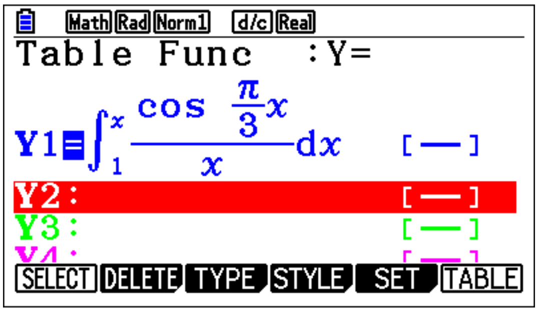
e per inserire gli estremi di integrazione premi

▶ ▶ [1] ▲ [X,θ,T]



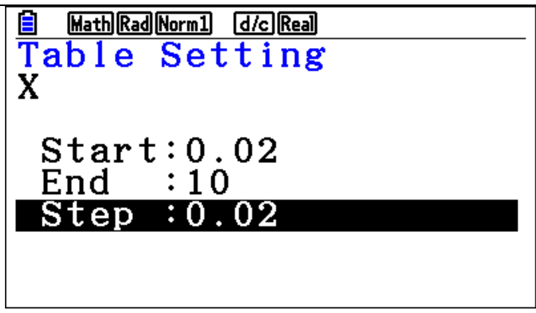

Quindi, premi [EXE]

(N.B. la calcolatrice non dispone l'uso di due variabili per distinguere l'estremo superiore di integrazione dalla variabile della funzione integranda)

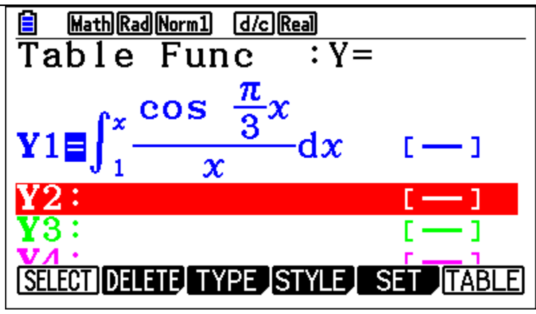


**Passo #4**

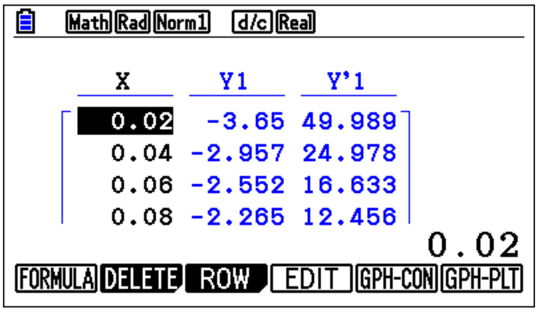
Per determinare l'equazione della retta tangente al grafico di $f$ studiamo l'andamento dei valori della derivata prima in un intorno del punto $x = 1$ mediante TABLE.
Seleziona prima SET F5 e poi fissa i valori a lato per poterla rappresentare nell'intervallo $]0, 10]$
Il passo di 0.02 ci permette di condurre la tangente in 1 e di avere una tabulazione dei valori della funzione $f$ e della sua derivata prima $f'$ ogni $\frac{2}{100}$
Quindi, premi per ogni riga di comando EXE



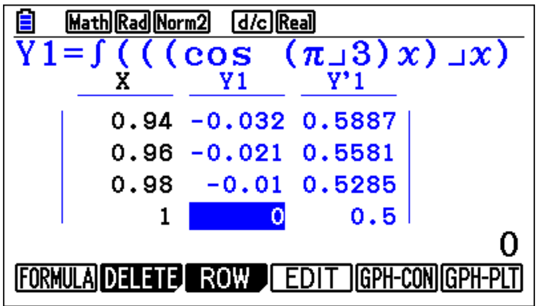

fino a tornare alla finestra a lato, quindi premi F6 TABLE e attendi alcuni secondi.



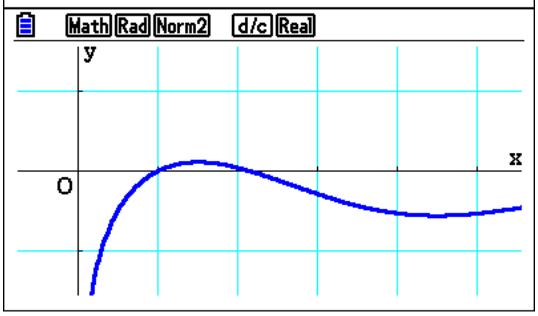

Puoi scorrere con il cursore ▼ la tabella fino al valore $x = 1$ e leggere anche quelli, rispettivamente della funzione e della derivata prima.



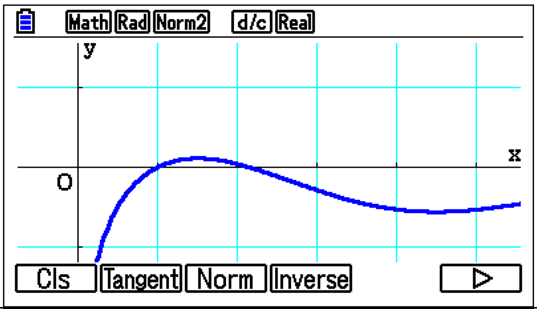

Seleziona (GPH-CON) F5 per rappresentarla in modo continuo (e non discreto).




Premi (Sketch) F4

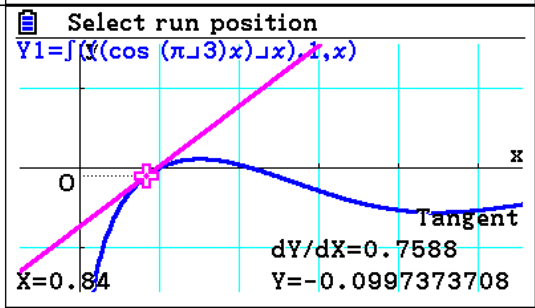


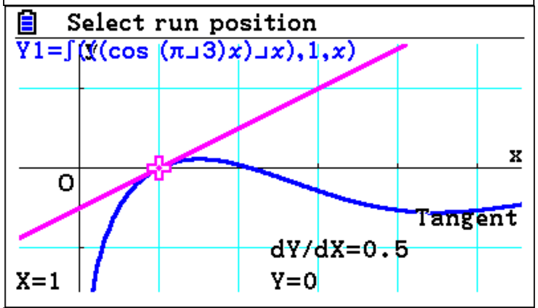
e F2 (Tangent) per rappresentare la tangente.




**Passo #5**

Agisci con il cursore ▶ per muovere la tangente fino al punto 1 e avere la sua equazione in questo punto.




Premi EXE per fissarla.

Dai valori puoi osservare che l'equazione della tangente risulta:

$$y = \frac{1}{2}(x-1) \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$